Opuscolo PA
307

ANNIBALE PASTORE

SUL FONDAMENTO LOGICO DELLA MATEMATICA

Estratto dagli Atti del IX Congresso Nazionale di Filosofia
Padova – 20 – 23 Settembre 1934 (XII)

BIBLIOTECA DELLA FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

PADOVA
TIPOGRAFIA DEL SEMINARIO
1935 – XIII

Opuscolo F.A
307

ANNIBALE PASTORE

BIBLIOTECA DELLE FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO

SUL FONDAMENTO LOGICO DELLA MATEMATICA

§ 1. - Preliminari.

La perfetta comprensione di quanto segue richiederebbe un discreto proemio atto a produrre un doppio effetto, cioè a disorientare gli spiriti dai quadri della logica tradizionale, quindi a orientarli verso i campi nuovi di ricerca e di meditazione della Logica del Potenziamento (LdP). Ma l'angustia del tempo non lo concede. Siamo quindi costretti a presupporre la conoscenza delle precedenti pubblicazioni nelle quali il rovesciamento della prima prospettiva logica è operato in pieno, e i principj della LdP esposti col massimo rigore spiegano e giustificano la nuova terminologia.

La presente Comunicazione d'altronde si collega organicamente alla Comunicazione dell'anno scorso al Congresso di Roma sopra *La Logica del potenziamento nelle sue relazioni colla scienza e la filosofia*. Giova sperare che ancora non sia spezzato il filo logico che valse allora a stabilire tanto fervido consenso.

AVVERTENZA - Nella comunicazione orale, per la strettezza del tempo, furono soppressi questi *Preliminari* e le note. La Comunicazione fu preceduta dalla dichiarazione seguente.

« Sarebbe stato mio grande piacere e conforto esporre questa Comunicazione avendo al fianco PIETRO MOSSO, il mio fedele discepolo e collaboratore che mi ha ajutato a comporla. Mosso è l'autore dei *Principi di logica del potenziamento* editi a Torino dall'Editore Bocca nel '23, sotto la mia direzione; ed è la giovane forza della Scuola teoretica di Torino che prossimamente si arricchirà d'un *Laboratorio di Logica pura e applicata* e svolgerà un programma tecnico di intenso lavoro. Poichè le gravi cure della S. I. C. A. che egli dirige non gli hanno consentito di venire, mi sia lecito inviargli in memore saluto l'espressione della mia riconoscenza ».

56189

La Comunicazione di Roma, nel suo punto di arrivo, dimostrava in generale che le equazioni fisico-matematiche sono casi particolari di equazioni logiche esprimenti relazioni d'invarianza (d'invarianza logica, s'intende) tra le forme fondamentali del pensiero secondo la LdP.

Rimaneva aperto, tra l'altro, il compito particolare di determinare il fondamento logico della matematica.

È questo il tema della Comunicazione presente. La quale però non vuole essere un'applicazione della logica alla matematica ma piuttosto una interpretazione logica dei processi fondamentali del calcolo. In sostanza vogliamo fare un'analisi logica dell'analisi matematica; ma avversando decisamente ogni scopo sia di riduzione sia di subordinazione della matematica alla logica.

Ciò premesso in generale, per giustificare la linea di condotta che naturalmente è determinata dagli scopi, basteranno alcuni richiami particolari per rinfrescare la memoria.

La nuova situazione della LdP non può essere compresa nè come dottrina in sè, nè rispetto alle scienze particolari e alla filosofia, se non si determina bene il suo assunto come logica generale.

È anzitutto notevole che di fronte a tutti i sistemi delle scienze particolari essa ha un compito nettamente extrasistematico e presistematico.

Suo problema è lo studio del processo di costruzione delle idee che entrano nei sistemi primitivi delle scienze particolari.

Questo problema notoriamente non fu posto dalla logica precedente a cominciare dalla logica analitica di Aristotele fino alla logica matematica di Peano.

La ragione è chiara. La logica classica tradizionale, eretto più o meno consciamente il suo sistema logico primitivo sui principj di identità, di non contraddizione, di terzo escluso (per la convenienza delle idee) e della ragion sufficiente (per la dipendenza) aveva proclamato: ἀνάγκη στῆναι.

Noi siamo giunti a comprendere che la stessa logica classica, come quella che non assume il più largo carattere di generalità, almeno virtualmente si affianca alle scienze particolari avuto riguardo al processo di astrazione delle sue idee primitive.

La sua base ha la sua ragion d'essere in altro, come una scienza particolare qualunque. Non riesce a reggersi da sè sola. Circa la costituzione dei suoi enti logici in sistema primitivo è governata da un corpo logico presistematico, comune a tutte le scienze particolari che la LdP dichiara. In sostanza la sua base sistematica non è ciò a cui bisogna logicamente arrestarsi. È ciò che logicamente ancora può, anzi deve essere superato.

I principj della LdP tracciano con nettezza i limiti del fondamento lo-

gico presistematico, ipersistematico. Questi principj non sono dimostrabili, è vero; pure non sono arbitrarj.

V'ha quì una difficoltà che pare insuperabile. Ma non dobbiamo lasciarci ingannare dall'apparenza. La base della logica generale presistematica è sicura, benchè non si riferisca ad alcun presupposto; anzi appunto per questo. Resiste ad ogni tentativo di superamento, perchè consiste. Consiste perchè la logicità (cioè la logica generale), significando propriamente relatività, sia come attività produttrice di riferimento sia come riferimento, è essa stessa quella relazione in sè stessa oltre cui è impossibile andare.

La LdP, essendo teoria della relatività che ha la sua ragione nella relatività, non conosce altra giustificazione che sè medesima. Non ha la sua ragione in altro. Riesce a reggersi da sè sola. Senza presupposti. In questo senso essa è schiettamente autologica.

Ciò che ha reso la questione singolarmente oscura è questo: parve quasi fino a ieri necessario ammettere la perfezione della logica dipendente dall'assolutezza degli enti logici e loro rapporti. Così il principio classico d'identità fu posto alla base d'ogni costruzione sistematica, come assertore della permanenza, dell'eguaglianza e dell'invarianza assoluta degli enti logici in tutto il processo del discorso. Gli altri cosidetti principj logici furono interpretati analogamente.

Ma a questi principj, i quali partono e sfociano in perfetta tautologia, la LdP, premessa la tesi non aristotelica della risoluzione dell'ente logico in relazione che è il *punctum saliens* della nuova teoria, nettamente oppone i due principj veramente generali:

1) dell'individuazione o dell'identità distintiva;
2) della relazione o della variazione relativa.

Così si opera il passaggio dalla Logica dell'assolutezza alla Logica della relatività.

Per questa e in questa si identifica distintamente cioè si individua un termine differenziandolo dal suo universo, con affermare l'identità con sè. Posta l'identità distintiva, ogni relazione potenzia il termine del *discorso* (aspetto analitico, deduttivo) legandolo al suo *universo* (aspetto sintetico, intuitivo).

Per potenziamento logico in generale s'intenda il potere di relatività o di sviluppo relativo degli enti logici, precisamente il fatto analitico che varia la potenza dell'ente logico col variare del numero degli enti coi quali esso è in relazione, cioè delle relazioni che esso esprime, e che ad uno sviluppo analitico di potenze corrisponde uno sviluppo di enti logici.

È evidente che, porre la questione della logica sul piano della relatività o della variazione relativa precisamente col fermo proposito di giungere alla

determinazione dell'identità distintiva cioè della individuazione, è un bel progetto. Il quale però dal punto di vista aristotelico sembra un appello all'impossibile. Posta la variazione, come individuare l'invarianza? Ebbene, il potenziamento è a punto ciò che permane negli enti, ciò che rimane di tipico nella variazione degli enti, l'invariante nella variazione degli enti. Questa questione fuori della LdP era invisibile. Anche nella logica matematica d'ogni tempo e scuola la negazione della proprietà tautologica era nettamente esclusa. Chiunque coraggiosamente si interessi alla grande causa del rinnovamento degli studj logici, coi principj della LdP alla mano, potrà facilmente decidere se la nostra soluzione sia puramente verbale, o effettiva e feconda.

Non è ora il caso di addentrarci nel problema degli esponenti in logica, nel teorema delle potenze, nel teorema del potenziamento e conseguenze derivanti, circa la teoria del Discorso e dell'Universo, e delle equazioni logiche, col seguito ormai vasto delle varie applicazioni concernenti anche i problemi fondamentali della Fisica teorica, che formarono oggetto di nostre trattazioni speciali.

Pare interessante concludere, circa lo spirito della nuova ricerca logica in questa direzione, che il nuovo problema logico del potenziamento non si può sotto nessun rispetto inquadrare nell'antico.

In questo senso siamo metaristotelici.

Per precisi ragguagli rimandiamo alle pubblicazioni apposite, segnatamente alle seguenti:

Pastore, *Sulla natura extralogica delle leggi di tautologia e di assorbimento nella Logica matematica* - In Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici - Roma, 1908, III, IV.

Mosso, *Principj di logica del potenziamento* - Torino, Bocca, '23.

Pastore, *La crisi della logica,* Milano, '26 - Torino, Atti Acc. Scienze, '28.

» *Verso un nuovo Relativismo* - Roma, Archivio di Filosofia, '32.

» *Sul D. U.* - Roma, Archivio di Filos. '33.

» *Sulla intuizione logica secondo la LdP.* - Roma, Arch. d. Fil. '34.

» *La LdP nelle sue relazioni colla Scienza e la Filosofia,* comunicazione al *VIII Congresso Nazionale di Filos.* - Roma, 1933.

Pastore, *Introduzione alla teoria delle equazioni logiche* - Memorie della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Classe di Scienze morali - Vol. 33, 1934.

Passiamo senz'altro allo studio del fondamento logico della Matematica.

§ 2. – Le due operazioni del pensare secondo la logica del potenziamento.

Le operazioni fondamentali del pensare secondo la LdP sono l'ente e la relazione nel campo sistematico, il discorso (D) e l'universo (U) nei campi inter-

sistematici. L'impiego di questi termini è giustificato dal loro processo di graduale precisazione, notevole traverso le successive teorie logiche, segnatamente a cominciare da Boole a Poretzski.

All'ente e al discorso corrispondono le operazioni logiche nel loro aspetto analitico o deduttivo, alla relazione e all'universo le operazioni logiche nel loro aspetto sintetico o intuitivo, o anche costruttivo secondo la terminologia di Orestano.

Ogni concetto è costruito come espressione di un rapporto ente-relazione; ogni teoria come espressione d'un rapporto discorso-universo, del tipo D. U.

Questo è lo schema generale logico d'ogni concetto e di ogni teoria, fatta astrazione da ogni contenuto o materia particolare. Particolare diciamo, perchè la materia in questo caso non manca, ma è la forma stessa del pensiero indipendentemente da ogni altra materia (1).

§ 3. – Analisi della struttura logica d'un sistema qualunque.

In conformità a detto schema la costruzione di qualunque sistema richiede come condizioni fondamentali: l'irreducibilità e la coesistenza delle idee primitive.

L'irreducibilità è sintetica o formale: importa che ogni idea sia necessaria, cioè che nessuna sia conseguenza possibile delle altre, relativamente al sistema dato.

La coesistenza è analitica o discorsiva: importa che tutte insieme siano sufficienti a fondare la verità della teoria, in modo coerente cioè con assenza di contradizione.

In questa definizione delle condizioni che rendono possibile ogni sistema è ovviamente implicita l'idea di numero, in quanto in ogni sistema (a ragione inteso come moltiplicità in unità) si ha sempre nei casi concreti un certo numero di idee primitive.

(1) In questa interpretazione l'intuibilità è una delle due operazioni fondamentali del pensare e precisamente quella che corrisponde alla coppia relazione-universo.

Quindi l'intuibilità non è legata ad una forma particolare, ad esempio l'euclidea, ma è la condizione generale d'ogni forma. Questo rilievo è di capitale importanza.

Non può l'operazione dell'intuizione logica ridursi all'intuizione psicologica. (Cfr. *Sulla intuizione logica secondo la LdP*. In « Archivio di Filosofia » Roma, 1934, Aprile-Giugno). Sotto questo punto di vista la non-intuibilità delle geometrie non-euclidee significa soltanto la non rappresentabilità secondo un modello conforme alla geometria euclidea delle geometrie non-euclidee, che è una pura tautologia. Invero anche le geometrie non-euclidee sono intuibili nel piano logico, secondo la loro forma.

La LdP è appunto fondata sul principio che il numero delle idee primitive determini tutte le proprietà dei sistemi e quindi sia l'espressione più semplice della sua forma o universo, a cui corrisponde un discorso o sviluppo analitico.

§ 4. – Numero e continuità. Fondamento dei sistemi matematici.

Per passare ai sistemi trattabili coi metodi matematici riconosciamo nell'idea di continuità, che è logica ma fondamento della continuità matematica, la *costante sistematica,* contrariamente all'opinione di Couturat, il quale ritiene che la nozione di continuità sia puramente logica nel senso della prima operazione fondamentale, cioè deduttiva.

Si potrebbe objettare che in matematica esistono processi discontinui, ad esempio in aritmetica la serie numerica. Ma se si tiene conto, come esige la logica, del termine di riferimento, se ad esempio si considera la serie dei numeri interi, non si può dire che *tra due numeri interi immediatamente successivi* esista discontinuità, in quanto non esiste alcun numero intero tra essi, cioè non esiste discontinuità di numeri interi. Se considero la discontinuità dei numeri razionali analogamente non esiste discontinuità di numeri razionali. Caratteristica della matematica è l'ordinare con continuità i suoi oggetti.

Nel senso logico e relativo qui precisato della continuità, è ovvio che non vi è opposizione tra continuità e numerabilità.

Se p. e. si assume come termine di riferimento un segmento *a b,* la continuità logica diventa *la continuità matematica* (definita come corrispondenza biunivoca tra i punti del segmento *a b* e gli elementi dell'*insieme*), e cioè la continuità matematica è una continuità limite della continuità logica; la stessa continuità di una *funzione* $f(x)$ in un punto c dipende in definitiva dall'idea di continuità del segmento *a b.*

A illustrazione del senso della *continuità logica* poniamo. Tutti gli enti che sodisfano ad una certa condizione K fanno parte della classe C. Se questi enti sono ordinabili secondo una successione costituiscono una classe matematica. Dico che la classe è *continua* se tra due enti successivi immediati non esiste alcun ente che sodisfi alla condizione K.

Pei principj anzidetti tutte le proprietà del continuo derivante sono determinate dal numero delle idee primitive fondamentali del sistema (1).

(1) Questa è la traduzione del *teorema del potenziamento* « che ci dà lo sviluppo totale di un discorso di *n* termini ». Mosso, *Principi di logica del potenziamento.* Torino, Bocca, 1923, pag. 30.

Ogni numero di idee primitive determina un continuo.

La continuità in generale coincide colla numerabilità (1).

Dato che il numero è fondamentale nella costruzione del sistema, possiamo concludere che il numero è come U la forma della continuità, e come D l'analisi di essa.

In un continuo fisico, il numero come U esprime la numerabilità del tempo, come D la numerabilità dello spazio.

Il metodo come sistema deduttivo è l'analisi della continuità, o ciò che è lo stesso l'analisi delle proprietà dei numeri; come forma intuitiva è la sintesi del continuo (2).

Scrivere un numero significa stabilire un *rapporto invariante* del tipo enterelazione nei casi elementari; del tipo discorso-universo nei casi complessi.

Ogni teorema consiste nella deduzione d'una intuizione logica.

Ogni problema si risolve coll'intuizione logica d'una deduzione.

§ 5. - Fondamento logico del calcolo infinitesimale.

Il calcolo infinitesimale è l'analisi di *un continuo* di cui la nota formula, la quale stabilisce che esiste ed è finito il limite del rapporto incrementale

$$\lim \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

è l'espressione più elementare.

Questa formula ovviamente restringe il campo della continuità.

Interessa alla logica verificare se l'invenzione del calcolo infinitesimale soddisfi alle due condizioni fondamentali del pensare.

Dato un continuo nel quale esiste la funzione $f(x_0)$ continua e finita, se in primo luogo esiste il limite del rapporto dei due incrementi, l'uno della

(1) Il *principio del potenziamento* logico esprime come si passa da un discorso di n termini ad uno di $n+1$, cioè in fondo fissa le proprietà che in quanto valgono per n termini valgono per $n+1$, procedimento caratteristico della matematica.

(2) La continuità, come costante sistematica, non differisce dalla forma del sistema di idee primitive; è cioè *una* costruzione.

funzione $f(x_0)$, l'altro della variabile x_0, e se, in secondo luogo questo rapporto è finito, a questo rapporto si dà il nome di derivata. In questa definizione, che è il fondamento di tutta l'analisi, la condizione che il limite del rapporto incrementale è finito è puramente matematica; la condizione dell'esistenza è matematica e logica insieme: il rapporto esiste matematicamente come quantità variabile da punto a punto; logicamente è un invariante nella variazione dei suoi valori (1).

Questo invariante logico ci mostra l'intervento della parte logica nella formazione della derivata, perchè l'incremento della variabile corrisponde alla variazione dell'ente, l'incremento della funzione alla variazione della relazione che lega gli enti. Questo significa che l'invarianza del rapporto incrementale nel passaggio al limite esprime l'invarianza del rapporto logico delle due forme fondamentali del pensare, una corrispondente al discorso (ente), l'altra all'universo (relazione), cioè al rapporto logico D. U.

§ 6. – Esempio della coessenzialità delle operazioni D. U. tratto dalla geometria.

Un esempio della coessenzialità delle operazioni D. U. ci è dato dalla geometria.

Com'è ben noto, i postulati della retta, prescindendo dal postulato di Archimede, sono sufficienti a descrivere un campo geometrico. Esistono cioè, secondo la LdP un discorso o sistema ed una forma (universo) di geometria, uno suscettibile di sviluppo o descrizione analitica, l'altra di intuizione sintetica, pei quali l'insieme dei postulati, a prescindere da quello di Archimede, è fondamento necessario. Diciamo che un campo geometrico è perfettamente determinato dai postulati della retta, con esclusione di quello di Archimede. (Geometria non-archimedea, Veronese, 1891).

Ma del pari com'è ben noto un campo geometrico, differente dal primo, è pure determinato dall'insieme dei postulati della retta compreso quello di Archimede: si hanno cioè un sistema ed una forma per i quali detto insieme di postulati è fondamento di costruzione necessario e sufficiente.

I due sistemi sono analiticamente differenti, ed in corrispondenza si hanno pure due intuizioni differenti.

(1) Questo concetto dell'*invariante* logico, ben diverso dall'*invariante matematico*, è largamente chiarito in uno studio in corso di stampa.

§ 7. - Applicazione del principio della coessenzialità delle operazioni D. U. ad una controversia circa la deduzione e l'intuizione.

Quest'analisi logica ci porge modo di superare la grave controversia circa la deduzione e l'intuizione, con un atteggiamento di estrema generalità. Avuto riguardo al campo della vecchia logica matematica alcuni, come Poincaré, sostengono l'irriducibilità della Matematica alla Logica; altri, come Russel e Couturat, per contro sostengono l'identità fondamentale della Logica e della Matematica (non della Logica classica, s'intende, ma della Logica matematica moderna).

Secondo la LdP queste due opposte sentenze sono entrambe criticabili: c'è un'esagerazione nella prima, un equivoco nella seconda, e un pregiudizio comune a tutte due.

L'esagerazione di Poincaré è questa che egli afferma l'esclusiva matematicità del processo da n a $n+1$, mentre si è veduto al § 4 nota 2 che questo processo usato in matematica è in generale fondamentale per la logica (1).

L'equivoco di Couturat è questo che egli confonde la deduttività colla logicità, mentre l'operazione deduttiva concerne solo l'analisi del discorso, prescindendo dall'universo, che concerne la sintesi.

Il pregiudizio comune consiste nell'escludere l'intuizione dalla logica, mentre l'intuizione alogica non impedisce che vi sia un'intuizione logica.

Risulta che le due operazioni logiche (intuitiva e deduttiva) concorrono entrambe e con eguale importanza alla formazione di ogni sistema e allo sviluppo dei medesimi.

Dimostreremo in altra sede che anche le recenti correnti: *a*) del logicismo iniziato da Russel e sostenuto brillantemente dai neologicisti tedeschi Behmann, Carnap e Hahn; *b*) del formalismo iniziato da Hilbert e ormai invecchiato ma proseguito con tanta fortuna dai neo-kantiani di Marburg; *c*) del neo-intuizionismo di Brouwer, Weyl e Heyting in parte riproducono il vecchio dissidio e - in quanto costruiscono - sodisfano alle due condizioni coessenziali anzidette.

(1) Benchè qui il processo matematico da n a $n+1$, cioè il cosiddetto *principio d'induzione matematica* abbia senso e valore logico, non si intende confonderlo col *principio d'induzione logica* che è propriamente il principio di induzione incompleta o di generalizzazione.

Tutto si riduce sempre:

o a un rapporto ente-relazione (e. r.) nello sviluppo interno dei sistemi;

o a un rapporto discorso e universo (D. U.) nella formazione e trasformazione dei sistemi.

§ 8. – Cenno sulla Logica del Potenziamento.

Riprendiamo un istante il problema posto nei *Preliminari* per meglio precisare la sua portata.

Gli attuali progressi della LdP provano che le ricerche utili all'organamento teoretico della scienza si staccano non solo dai quadri troppo artificiali della Logica tradizionale (aristotelica, scolastica, kantiana) ma pur da quelli troppo angusti della Logica matematica, sia vecchia sia recente.

Quella pone a sua base il principio d'identità-eguaglianza in rapporto alla permanenza logica degli enti, si sviluppa per schemi tautologici, e finisce coll'unità astratta del sistema.

Questa mantiene sia pure in modi varj il principio d'identità-eguaglianza-permanenza che sopprime il potenziamento, si sviluppa sistematicamente per mera eguaglianza, ora con calcolo deduttivo, prescindendo dell'intuizione logica, ora facendo posto all'intuizione, ma senza distinguere a bastanza l'intuizione logica dalla psicologica, e senza riconoscere la coessenzialità delle due operazioni.

La LdP per contro pone a sua base il principio d'identità distintiva in rapporto alla variazione logica degli enti. L'adozione di questo principio significa che l'ente logico è una relazione che si determina dalle sue relazioni cogli altri enti del discorso e varia col variare di questi. Così ogni ente logico, com'è dato vedere, ha un grado di relazione in funzione del numero degli enti del suo sistema.

Per le conseguenze immediate che si ricavano dal rapporto sistematico ente-relazione circa il rapporto intersistematico discorso e universo è possibile dare, e lo vedemmo, un'interpretazione logica del fondamento della matematica, « senza alcun bisogno di far dipendere l'analisi matematica da controversie metafisiche », com'era il disegno di Leibniz; mentre ciò non è possibile per la Logica tradizionale che deve limitarsi a prendere atto dei processi tecnici di sviluppo dei sistemi.

Sicuramente la ricostruzione logica delle scienze esatte qual si prosegue coi principj di LdP richiede un punto di vista relativistico, diametralmente

opposto ad ogni assolutismo scientificamente parlando in s. s., sia riguardo la permanenza irrelativa dell'ente, sia riguardo l'esclusiva deduttività della relazione. Ma a punto, secondo noi, condizione primissima del pensare è la relatività; mentre coll'assoluto che significa «assenza di relazione» (sia pure coll'assoluta relazione) il pensiero è impossibile.

In questa analisi non c'è dunque da vedere un indirizzo contrario allo sviluppo reale del pensare.

I vantaggi per la Filosofia teoretica poi sono evidenti.

Fra l'altro, oltre all'approfondimento della teoria della conoscenza, si rassoda l'autonomia della Logica e della Matematica, assicurando la loro funzione specifica nell'economia del sapere.

Questa maggiore libertà di movimento raggiunta in nome d'una teoria che estende l'interpretazione logica a tutto il campo del pensare non deve recare meraviglia. Dall'indole stessa delle discipline relative è dato scorgere che in queste ricerche il logico sta allo scienziato, in questo caso al matematico, come *artifex additus artifici*.

Quindi il matematico in certo senso può disinteressarsi di queste ricerche.

Anche può darsi che la conoscenza diretta dei principj della logica sia utile al matematico, ma non è indispensabile. Al famoso paradosso di Russel: « la matematica è una scienza in cui non si sa mai di che cosa si parla, nè se è vero ciò che dice », asserto verissimo perchè in Matematica non si parla mai di *una cosa*, nè di ciò che solo per *una cosa* è vero o no, si può con altrettanta ragione aggiungere quest'altro: il matematico dev'essere logico, senza aver bisogno di essere un logico.

§ 9. Conclusione.

Così stando le cose anche noi logici, previa la conoscenza dell'indagine scientifica e la correttezza dei calcoli dei quali possiamo eventualmente fare uso, intendiamo procedere con tutta libertà, tenuti soltanto come siamo a rispettare le condizioni fondamentali ad ogni mente atta a ragionare, indipendentemente da ogni contenuto particolare, nel senso anzidetto.

§ 10. Riassunto.

In questa Comunicazione si dimostra che i fondamenti della Matematica sono rispondenti alle due operazioni fondamentali e coessenziali del pensare: il discorso (D) e l'universo (U), secondo la Logica del potenziamento. Dipendendo ogni sistema dal numero delle idee primitive, si verifica che l'idea di numero è già fondamentale per la Logica e che la continuità dei numeri è il fondamento della Matematica, che ne è l'analisi. Si illustra la tesi con l'esempio del Calcolo infinitesimale, in cui si riconosce che la formula fondamentale esprime un rapporto D. U. e si dà esempio della coessenzialità delle operazioni logiche D. U. tratto dalla Geometria.

BIBLIOTECA DELLE FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA TORINO
56189